الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعب(ة): آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2010$ و $b=1431$.

1. أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ- تحقّق أنّ $a^3\equiv 1[7]$ وَ $b^3\equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3+b^3\equiv 0[7]$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n+2010^3\equiv 1431[7]$.

ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحدين: $u_{10}=31$ وَ $u_{15}=46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0.

2- أُكتب u_n بدلالة n.

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n).

4- أحسب المجموع S : $S=u_0+u_1+\ldots+u_{2009}$

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2\times 8^n$.

1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

2- أحسب بدلالة n المجموع S' : $S'=v_0+v_1+\ldots+v_n$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن النقطة $I(\frac{3}{2}\ ;\ -\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
4. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I.
5. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$

   ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6. أرسم (Δ) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: **أ)** -3 **ب)** 2 **جـ)** 3

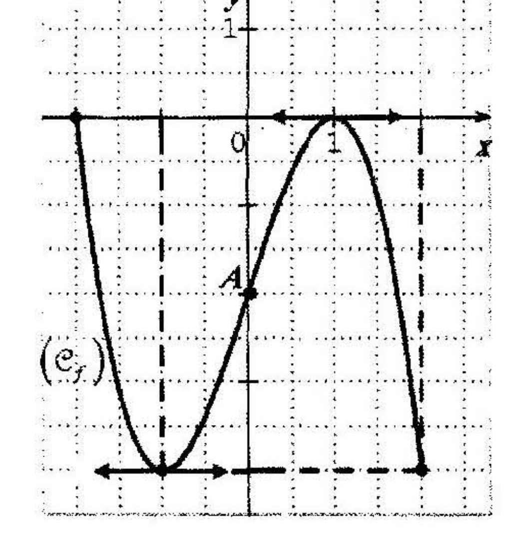
2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5 ، فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: **أ)** 0 **ب)** 1 **جـ)** 2

3. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$ و C_g تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

1) الدالة g: **أ)** متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ **ب)** متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ **جـ)** ليست رتيبة على $\mathbb{R}$

2) C_g يقبل نقطة انعطاف إحداثياها: **أ)** $(0 ; -1)$ **ب)** $(0 ; 4)$ **جـ)** $(0 ; 0)$

التمرين الثاني: (07 نقاط)



f دالة عددية معرفة على المجال$[-2 ; 2]$

و $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:

1. أ - عيّن $f'(1)$ و $f'(-1)$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب - عيّن صورتي العددين (-2) و (-1) بواسطة الدالة f.

جـ - شكّل جدول تغيّرات الدالة f على المجال$[-2 ; 2]$.

2. باستعمال اتجاه تغيّر الدالة f، قارن العددين $f\left(\frac{3}{2}\right)$ وَ $f\left(\sqrt{3}\right)$.

3. A هي النقطة من المنحنى$(\mathscr{C}_f)$ التي إحداثياها $(0 ; -2)$ ، وبفرض أنّ $f'(0)=3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى$(\mathscr{C}_f)$ في النقطة A ثمّ ارسمه بعد نقل الشكل.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$، أساسها q وحدّها الأول u_0

حيث: $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$.

1. أ - أحسب الأساس والحدّ الأوّل للمتتالية (u_n).

ب - استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n = 3\times 2^n$.

2. أ - علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n).

ب - أُحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} = 2\,v_n - 1$

أ - احسب: v_1 ، v_2 ، v_3 .

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 3\times 2^n + 1$

جـ - أُحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + ... + v_7$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: جوان 2010

الشعب(ة): آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات (خاص بالمكفوفين) المدة: ساعتان ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2010$ وَ $b=1431$.

1) أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ- تحقّق أنّ $a^3\equiv 1[7]$ (a^3 يوافق 1 بترديد 7) وَ $b^3\equiv 6[7]$ (b^3 يوافق 6 بترديد 7)

واستنتج أنّ a^3+b^3 مضاعف لـــ 7.

2) أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n+2010^3\equiv 1431[7]$ ($n+2010^3$ يوافق 1431 بترديد7).

ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي16.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحدين: $u_{10}=31$ وَ $u_{15}=46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0.

2- أُكتب u_n بدلالة n.

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n).

4- أُحسب المجموع S : $S=u_0+u_1+\ldots+u_{2009}$

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n=2\times 8^n$.

1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

2- أُحسب بدلالة n المجموع S' : $S'=v_0+v_1+\ldots+v_n$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم حدّد القيم الحدّية لها.
3. بيّن أن النقطة $I(\frac{3}{2};-\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
4. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I.
5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$

   ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6. أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f(x)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: **أ)** -3 **ب)** 2 **جـ)** 3

2) x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5 ، فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: **أ)** 0 **ب)** 1 **جـ)** 2

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$ وَ C_g تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

1) الدالة g: **أ)** متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ **ب)** متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ **جـ)** ليست رتيبة على $\mathbb{R}$

2) C_g يقبل نقطة انعطاف إحداثياها: **أ)** $(0\ ;\ -1)$ **ب)** $(0\ ;\ 4)$ **جـ)** $(0\ ;\ 0)$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال$[-2\ ;2]$ كما يلي: $f(x)=-x^3+3x-2$

و $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

1) عيّن صورتي العددين (-2) و (-1) بواسطة الدالة f.

2) أ- احسب $f'(x)$ حيث f' مشتقة f ثم استنتج: $f'(1)$ وَ $f'(-1)$

ب - حدّد اتجاه تغيّر الدالة f على المجال$[-2\ ;2]$.

جـ - باستعمال اتجاه تغيّر الدالة f، قارن العددين $f\left(\frac{3}{2}\right)$ وَ $f\left(\sqrt{3}\right)$.

3) تحقق أن $f(x)=-(x-1)^2(x+2)$ ثم حل في المجال$[-2\ ;2]$ المتراجحة $f(x)<0$.

4) عيّن معامل توجيه المماس للمنحنى$(\mathscr{C}_f)$ في النقطة $A(0\ ;-2)$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$، أساسها q وحدّها الأول u_0 حيث: $u_1=6$ و $u_4=48$.

1) أ - أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n).

ب - استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n=3\times 2^n$.

2) أ - علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n).

ب - أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ - احسب: v_1 ، v_2 ، v_3 .

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 3 \times 2^n + 1$

جـ - أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

محاور	عناصر الاجابة	العلامة	
الموضوع	الموضوع الأوّل	مجزأة	المجموع
القسمة الإقليدية والموافقات	**التمرين الأول: (06 نقاط)** 1. أ - باقي قسمة a على 7 هو 1 .... باقي قسمة b على 7 هو 3 .... ب - باقي قسمة $(a+2b)$ على 7 هو 0 .... جـ - $a^3 \equiv 1[7]$ ، $b^3 \equiv 6[7]$ ومنه: $a^3+b^3 \equiv 0[7]$ .... 2. $n=7k+2$ مع $k \in \mathbb{N}$ .... $n \le 16$ نجد $n \in \{2 , 9 , 16\}$	 0,75 0,75 1 3×0,5 1 1	06
المتتاليات	**التمرين الثاني: (05 نقاط)** I.1- $r=3$ ، $u_0=1$ .... 2- $u_n=1+3n$ .... 3- $u_{2009}=6028$ .... 4- $S=1005\times 6029=6059145$ .... II. 1- $v_{n+1}=8\,v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية .... الأساس 8 ، الحد الأول $v_0=2$ .... 2- $S'=\frac{2}{7}(8^{n+1}-1)$	 0,5+1 0,5 0,5 0,75 0,5 0,5 0,75	05
الدوال العددية	**التمرين الثالث: (09 نقاط)** 1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=-\infty$ .... 2. $f'(x)=6(x^2-3x+2)$ (إشارة: + 1 − 2 +) f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;1]$ و $[2;+\infty[$ f متناقصة تماما على $[1;\ 2]$ جدول التغيرات .... **سلم خاص بالمكفوفين:** القيم الحدية: $f(1)=0$ و $f(2)=-1$ ....0,5 3. $I(\frac{3}{2};\ -\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف .... 4. $y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{4}$	 2×0,5 1+1 2×0,25 0,5 1 1	09

محاور الموضوع	عناصر الاجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
	تابع للموضوع الأوّل		
	5. التحقق: $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$	1	
	$(C_f)\cap(xx')=\{A(1;\ 0),\ B(\frac{5}{2};\ 0)$	0,5	
	6. رسم (Δ) و (C_f)	1+ 0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: $f(x)>0$ إذا وفقط إذا كان $x>\frac{5}{2}$ .... 0,75 $f(x)<0$ إذا وفقط إذا كان $x<\frac{5}{2}$ و $x\neq 1$ 0,75		
	الموضوع الثاني		
اختيار من متعدد	**التمرين الأوّل: (06 نقاط)** الرقم: رقم الإجابة: التبرير:		06
	1) ب) $-203\equiv 2[5]$ و $0\leq 2<5$	1+0,5	
	2) ب) $2x+5\equiv 1[7]$	1+0,5	
	3) 1. أ) $g'(x)=3x^2+3>0$	1+0,5	
	2. ب) $g''(x)=6x$ $\xrightarrow{-\ \ 0\ \ +}$ $g(0)=4$	1+0,5	
الدوال العددية	**التمرين الثاني: (07 نقاط)**		07
	1. أ - $f'(-1)=0$ و $f'(1)=0$	1+1	
	ب - $f(-2)=0$ و $f(-1)=-4$	0,5+0,5	
	جـ - جدول التغيّرات.	1	
	2. $\sqrt{3}>\frac{3}{2}>1$ و $f(\sqrt{3})<f\left(\frac{3}{2}\right)$ (f متناقصة تماما على $[1;2]$)	3×0,5	
	3. الشرح والرسم.	1+0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: 1. $f(-2)=0$ ، $f(-1)=-4$ .... 1 2. أ- حساب: $f'(x)$ ، $f'(1)$ ، $f'(-1)$ .... 1,5 ب - اتجاه تغير f .... 1,5 جـ - $f(\sqrt{3})<f\left(\frac{3}{2}\right)$ .... 1,5 3. التحقق + الحل .... 1 4. $f'(0)=3$ 0,5		

102

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط لموضوع مقترح لدورة ....جوان 2010 ....

اختبار مادة: ...الرياضيات... الشعبة : ... آ وفلسفة + ل.أ المدة: ....02 سا و 30 د....

محاور	عناصر الاجابة	العلامة	
الموضوع	تابع للموضوع الثاني	مجزأة	المجموع
المتتاليات	**التمرين الثالث: (07 نقاط)** 1. أ - حساب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n): $r=2$ ، $u_0=3$	0,5+0,75	07
	ب - $u_n=3\times 2^n$	0,5	
	2. أ - $n=8$ ومنه $u_8=768$	1	
	ب - حساب المجموع: $S=3(2^8-1)=765$	1	
	3. أ - $v_1=7$ ، $v_2=13$ ، $v_3=25$	3×0,25	
	ب - البرهان بالتراجع	1,5	
	جـ - $S'=S+8=773$	1	

103